

# Graphiques haute résolution faits avec Maple

par Simon Plouffe

## Introduction

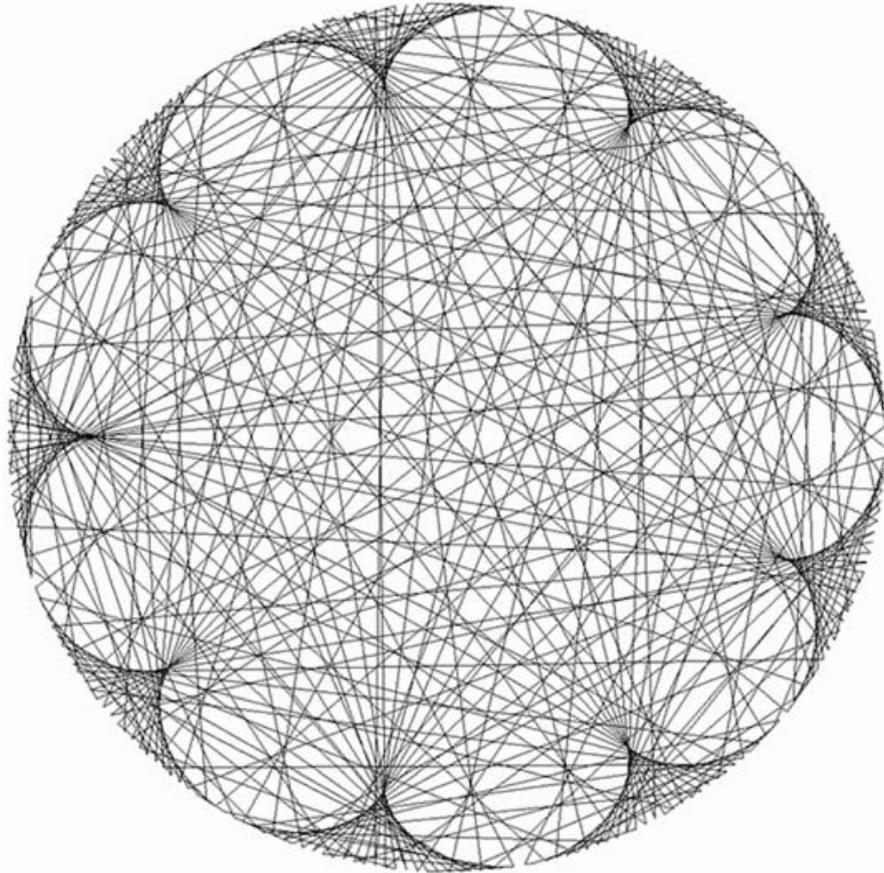
L'idée d'utiliser un moyen de représenter les variations d'une fonction. Typiquement cette fonction ira de

$$f(x) \in \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$$

Ce qui vient ensuite naturellement est d'envelopper les valeurs de  $[0, 1]$  vers le cercle unité, donc on aura

$$f(x) \in \mathbb{R} \rightarrow [0, 1] \rightarrow e^{2\pi i x}$$

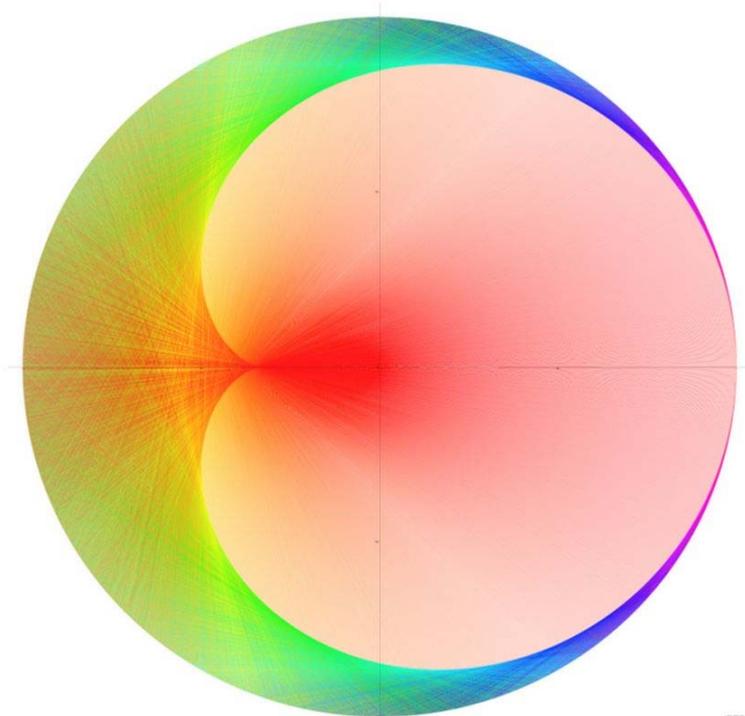
Mais au départ, ces graphes étaient destinés à expliquer le développement de nombres rationnels en base 10 comme le nombre  $\frac{1}{257} = 0,003891050583 \dots$  l'idée simple est alors de représenter le développement en déplaçant le point décimal à droite. Ce qui revient à joindre 2 points adjacents. Donc en joignant 2 points successifs on obtient le graphe suivant.



Representation of  $1/257$  in base 10

L'emploi de la base 10 explique les 9 pointes mais qu'en est-il des autres 'pointes' ? On en compte 23 dans ce cas. Le premier dessin a été fait sur un mur à la main sur une hauteur de 1m50.

Par conséquent, si on utilise la base 2 on a 1 pointe, c'est la cardioïde.



Développement de  $1/10037$  en base 2.

Ce sont donc les droites successives obtenues à partir du calcul de

$$\frac{2^n \bmod 10037}{10037} = \frac{1}{10037}, \frac{2}{10037}, \frac{4}{10037}, \frac{8}{10037}, \dots$$

Qui une fois enroulées sur le cercle unité donne les points

$$e^{\frac{2I}{10037} \pi}, e^{\frac{4I}{10037} \pi}, e^{\frac{8I}{10037} \pi}, e^{\frac{16I}{10037} \pi}, e^{\frac{32I}{10037} \pi}, e^{\frac{64I}{10037} \pi}, e^{\frac{128I}{10037} \pi}$$

La couleur est ajoutée en utilisant la règle : couleur = longueur de chaque segment.

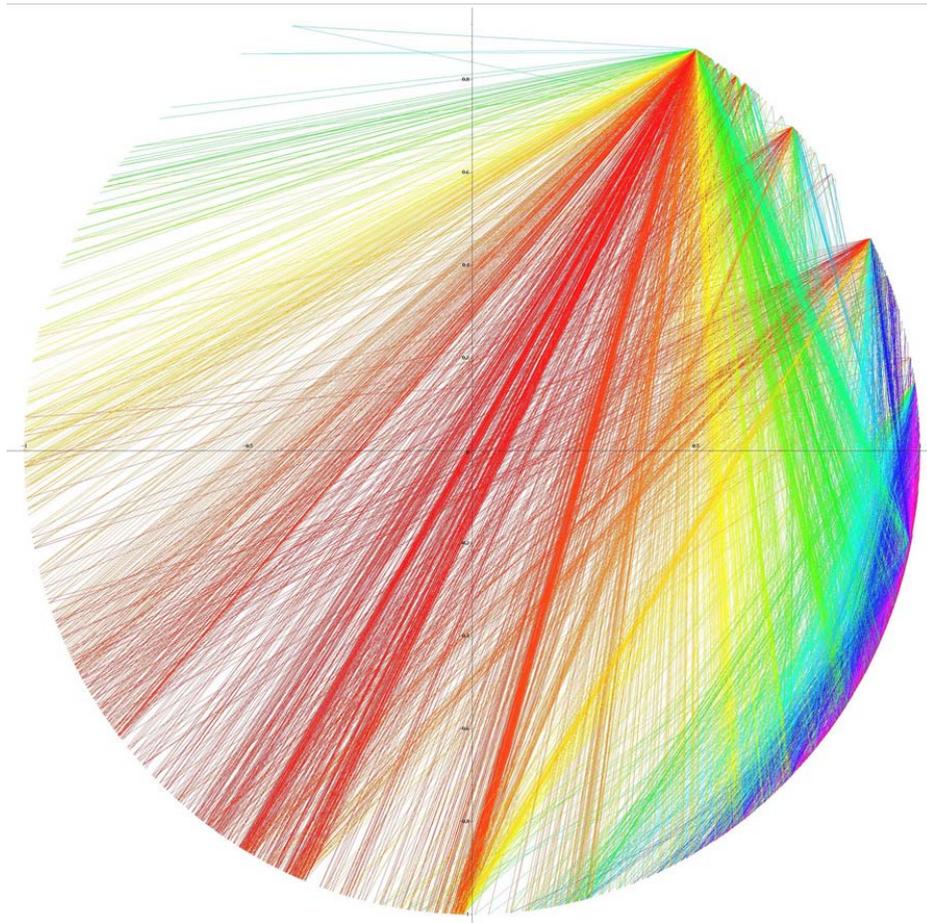
## Traduit en Maple

```
graphc := proc(s, nom)
local nr, pr, ligne, n, i, g, v, liste, j, t1, fichier,
nn, nj, x1, x2, y1,
y2, p1, z, m, a1;
v := gg(s);
nn := nops(v);
nr := convert(nom, string);
fichier := cat(nr, `.`jpg`);
interface(plotoutput = fichier);
liste := [];
for j to nn do
x1 := cos(2*pp*v[j][1]);
y1 := sin(2*pp*v[j][1]);
x2 := cos(2*pp*v[j][2]);
y2 := sin(2*pp*v[j][2]);
ligne[j] := line([x1, y1], [x2, y2],
color = COLOR(HUE, 1 - 0.5*sqrt((x1 - x2)^2 +
(y1 - y2)^2)));
liste := [op(liste), ligne[j]]
end do;
t1 :=
plots[textplot]([1, -1, typeset(nr, " " ), font
= [COURIER, 24]]);
display(op(liste), t1)
end proc
```

Avant d'exécuter il est approprié de préparer les interfaces et la sortie.

```
printlevel := 5;
interface(plotdevice=jpeg):
interface(plotoptions="height=8192,width=8192"):
Digits := 16;
with(plottools):
with(plots):
pp := evalf(Pi):
```

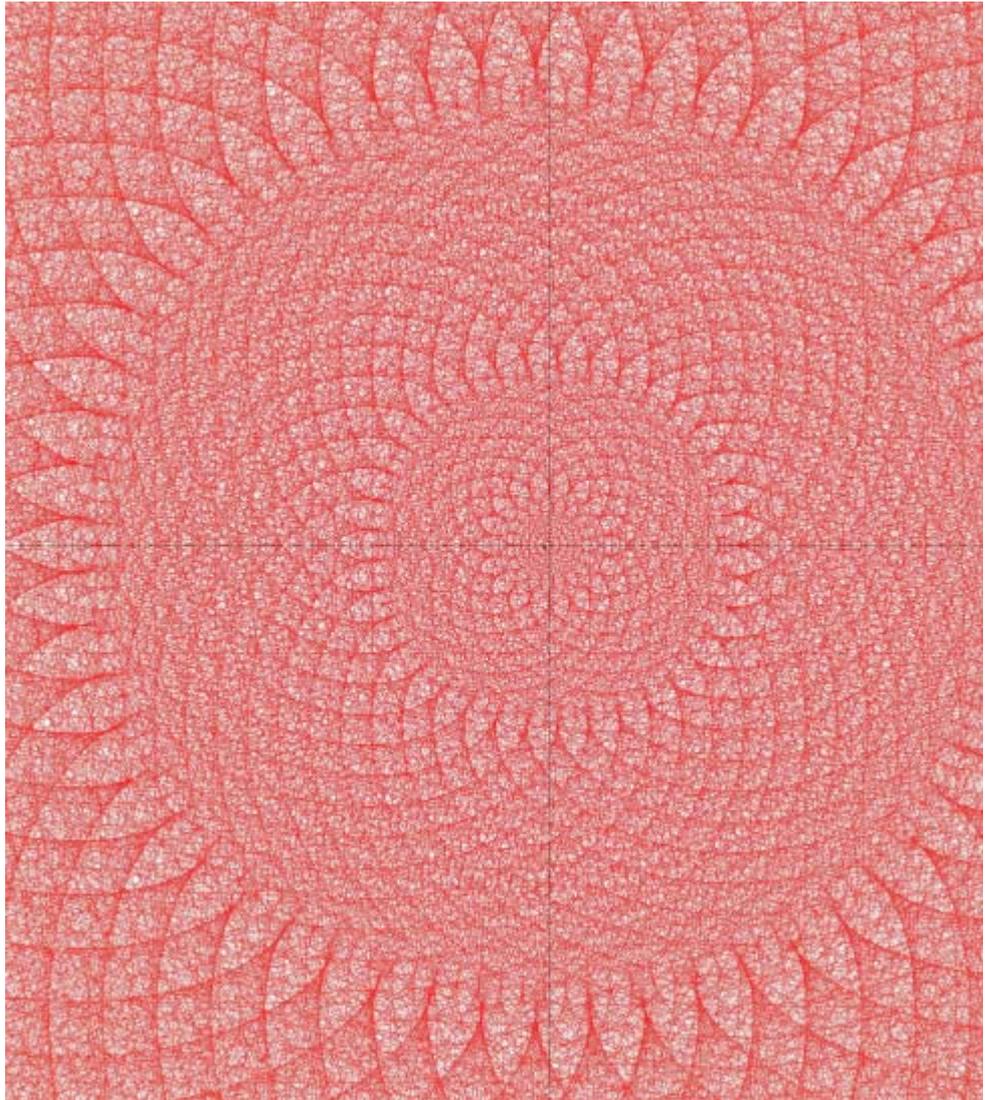
À partir de ce point j'ai commencé à expérimenter tout ce qui est connu comme fonctions entre 0 et 1. Comme par exemple, la distribution des parties fractionnaires des nombres de Bernoulli.



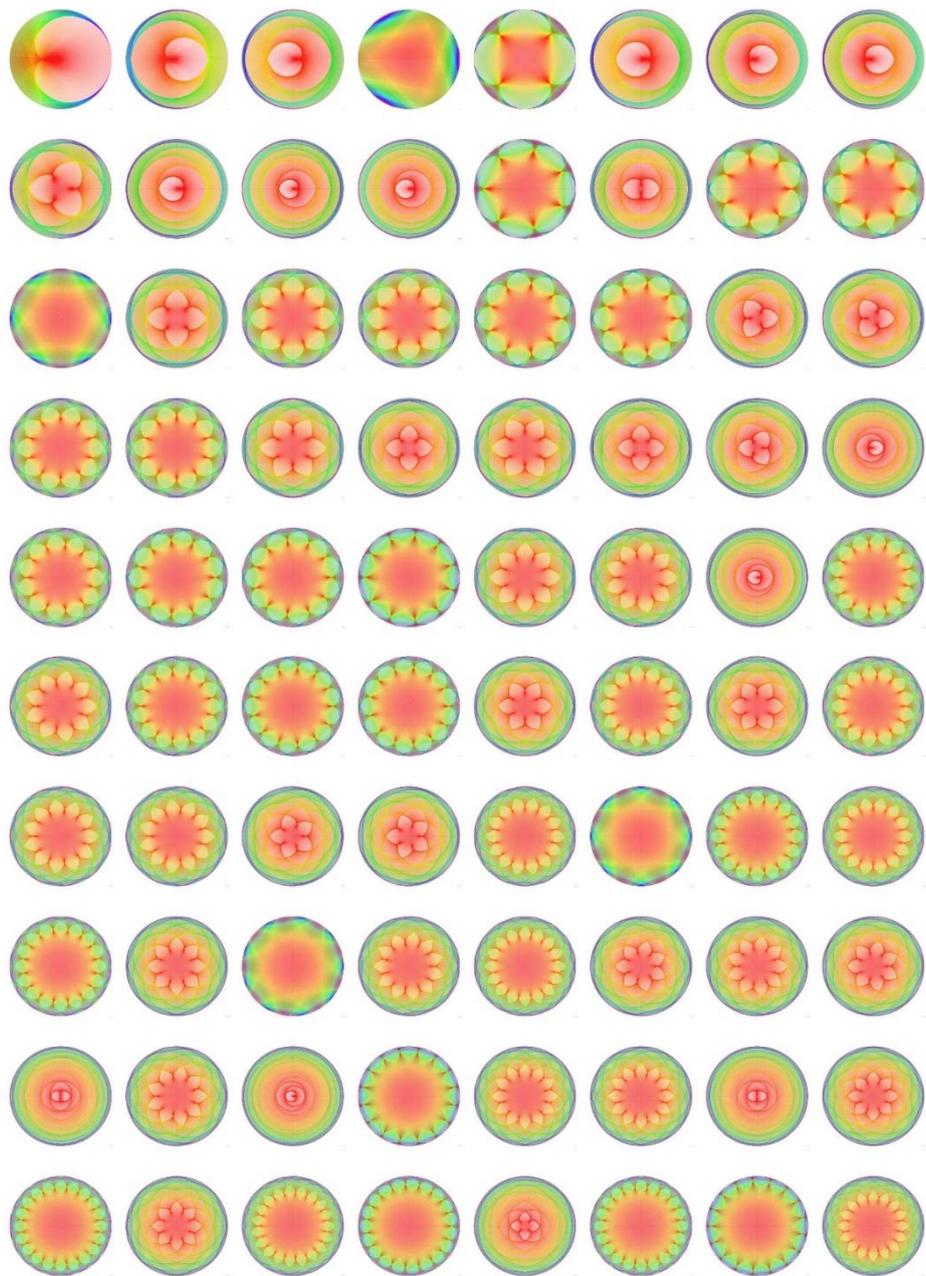
Distribution des valeurs de  $\{B_{2k}\}$ , et  $\{ \}$  est la partie fractionnaire.

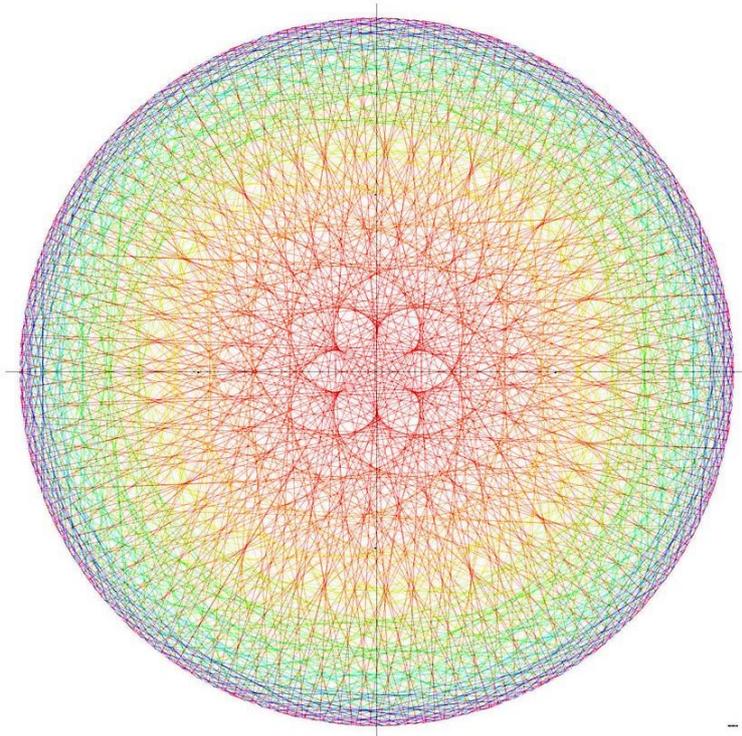
Pour revenir aux graphes vus plus haut, j'ai exploré toutes les façons de les générer et même d'agrandir au centre (zoom 10 x) pour y voir plus clair .

Voici quelques exemples d'inverses de premiers en base 60 et 240.

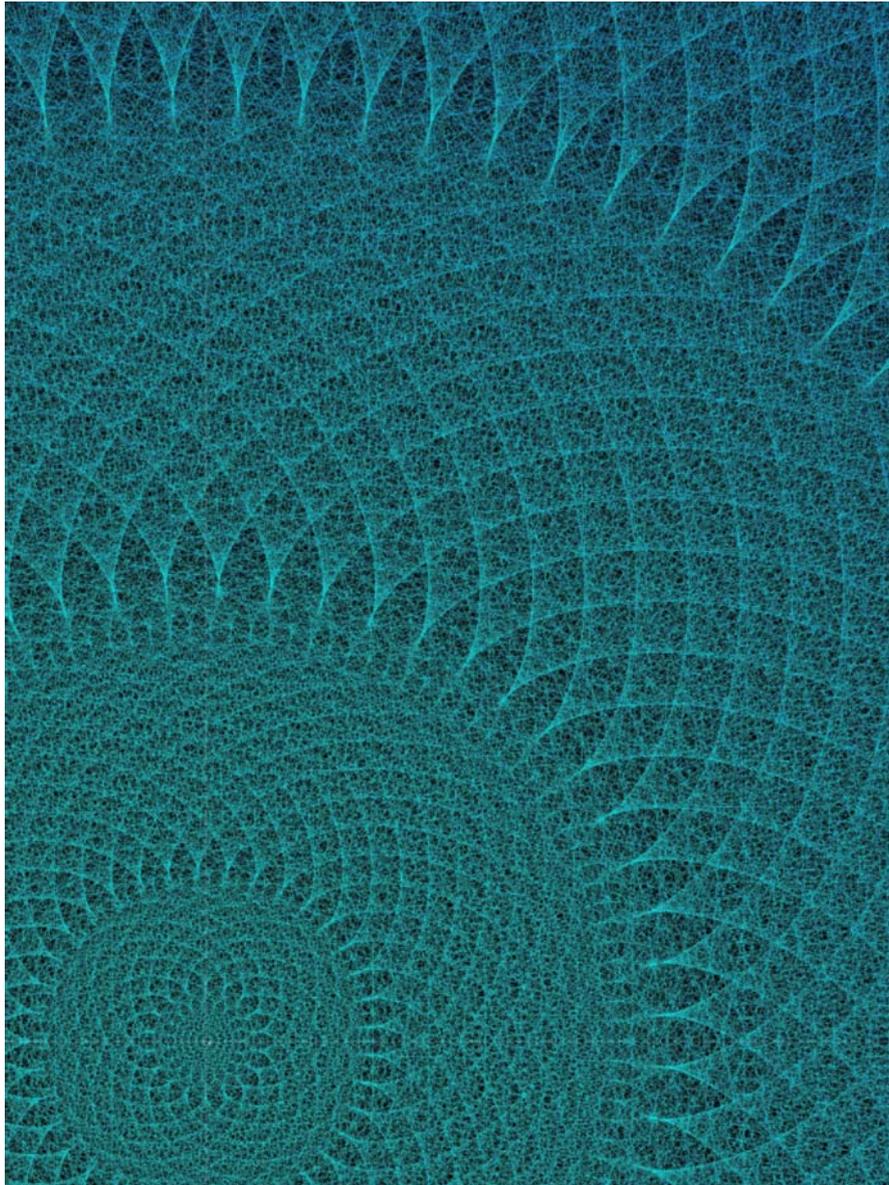


With  $240^n \bmod 14009$ , we obtain  $P_0 = 92$  and  $P_1 = 239$  the center of the huge 1 billion pixels gives 18 and 19 spikes.





Simon Plouffe 2020: base = 240 , prime = 991, P1 = 204, harmonics = 6, 12, 17, 18, 23, 29, 35, 41, 47,



Near the center of  $240^n \bmod 26437$  in inverted color for more visibility

$$P_0 = 239, P_1 = 92$$

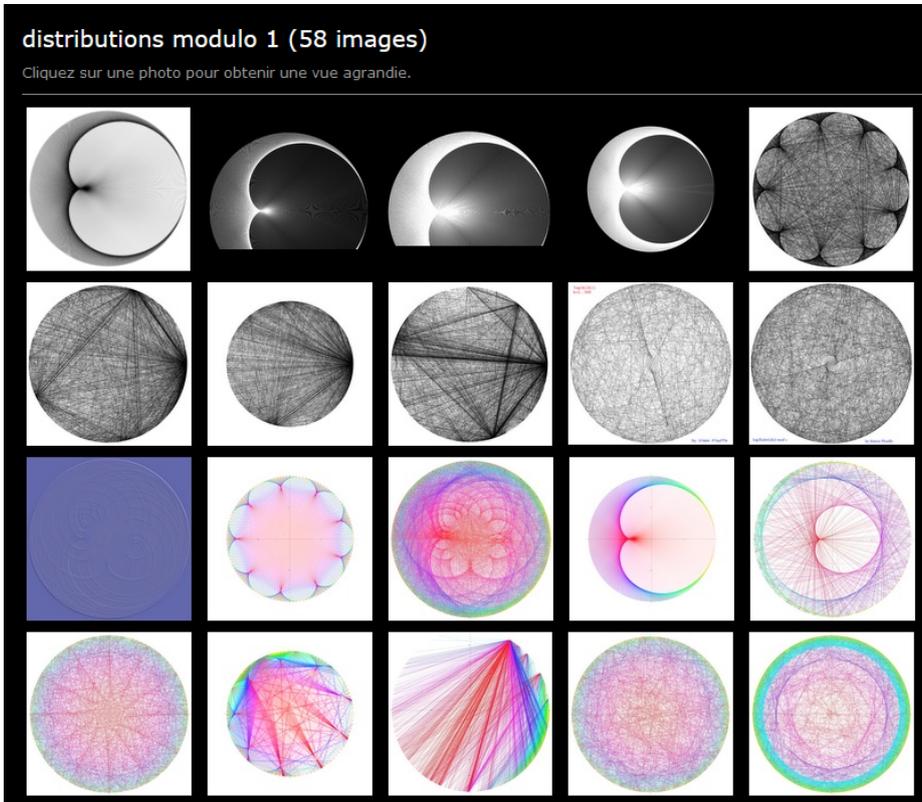
The number of spikes are within the sequence of harmonics : 1, 17, 18,  
19, 20, 35, 37, 54, 55, 56, 57, 72, 73, 74, 75, 91, 92

Other experiments :

<http://plouffe.fr/distributions%20modulo%201/>

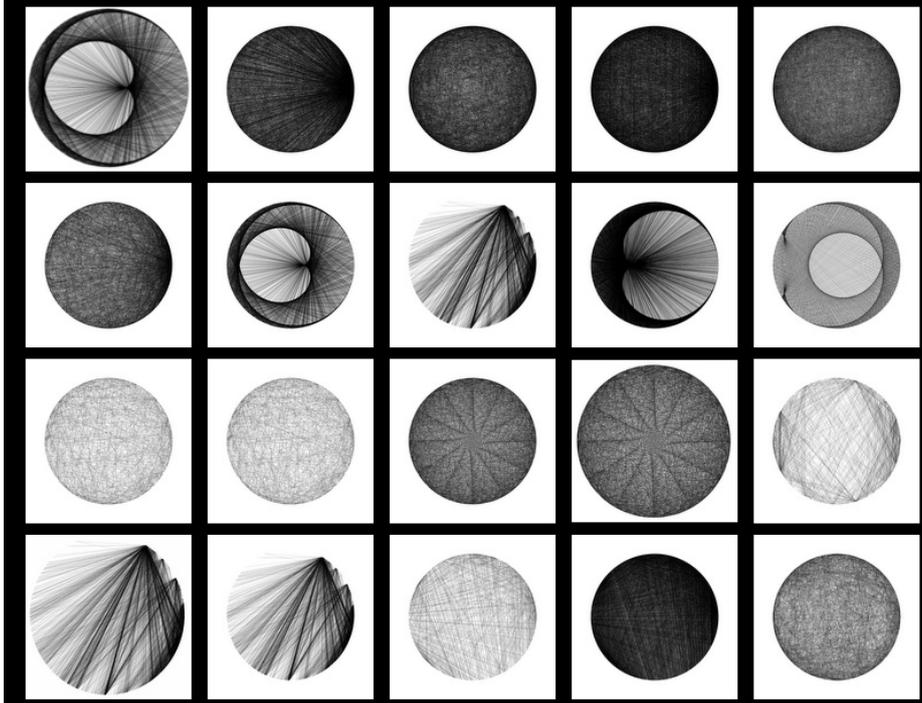
distributions modulo 1 (58 images)

Cliquez sur une photo pour obtenir une vue agrandie.



## experiences 2 (104 images)

Cliquez sur une photo pour obtenir une vue agrandie.



Pages at <http://plouffe.fr/experiences%20/>

Other sources of graphs :

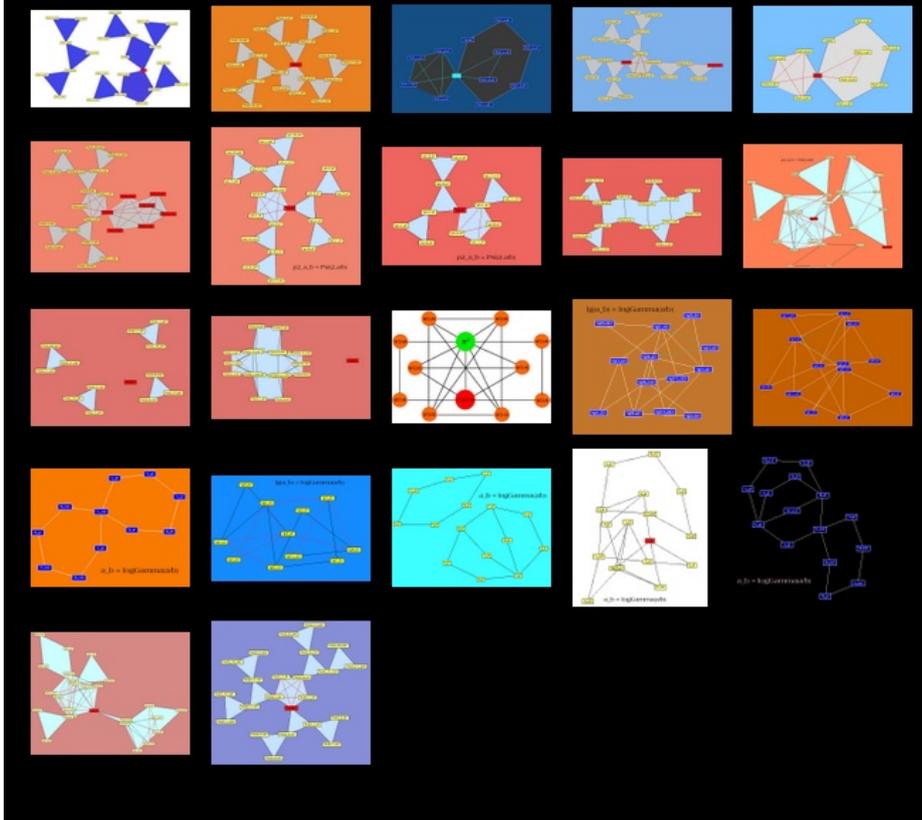
<http://plouffe.fr/Inverseofprimes/160/>

<http://plouffe.fr/Inverseofprimes/240/>

<http://plouffe.fr/Inverseofprimes/premiers%20base%20240C/>

# Integer Relations (22 images)

Click a picture to see a larger view.



Images at <http://plouffe.fr/simon/IntegerRelations/>